

Fasores:



Campos $E - H$ são funções de (x, y, z) e nos casos de variação no tempo, também de (t)

Assim, o campo elétrico pode ser escrito como:

$$E = \underbrace{|E|}_{\text{posição}} \cos(\underbrace{\omega t + \phi}_{\text{tempo}}) \quad (1)$$

$|E|$ = magnitude ou valor ~~v~~ator de E

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = 1/T$$

T = período

ϕ = ângulo de fase

Quantidades que variam sinusoidalmente com o tempo (variam harmonicamente) podem ser representadas por quantidades complexas tal que apenas a parte real (ou imag.) tem significado físico. Assim, usando a identidade de Euler,

$$e^{j(\omega t + \phi)} = \cos(\omega t + \phi) + j \sin(\omega t + \phi) \quad (2)$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Tomando a parte real (Re) de (2):

$$\text{Re}(e^{j(\omega t + \phi)}) = \cos(\omega t + \phi)$$

Assim, (1) pode ser escrita como

$$E = \text{Re} \{ |E| e^{j(\omega t + \phi)} \} \quad (3)$$

Ou (suprimindo $e^{j\omega t}$):

$$\begin{array}{c} E = |E| e^{j\phi} \\ \downarrow \\ \text{fasor} \end{array}$$

(1)

Nota:

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} \angle\varphi = \angle\varphi$$

→ exponencial form (complexo)
→ forma retangular (complexo)
→ forma polar (complexo)

Para converter um fasor (não é f.e do tempo) e uma quantidade variante no tempo, basta multiplicar por $e^{j\omega t}$ e tomar a parte Real.

Um fasor pode ser um escalar ou um vetor (espacial) e, em qualquer caso, uma função de posição (x, y, z) com tempo implícito.

tomar uma derivada parcial de um fasor d/dt no tempo equivale a multiplicar por $j\omega$
segunda derivada $(\frac{d^2}{dt^2}) \rightarrow \times (j\omega)^2$

Escrevendo em forma fasorial:

$$\ast \vec{J} = \sigma \vec{E} = \text{Ohms Law}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega \epsilon \vec{E} = (\sigma + j\omega \epsilon) \vec{E}$$

indica a densidade de corrente de deslocamento está avançada de 90° da corrente de condução

* Esta reformulação da Lei de Ohm é devida a Kirchoff

devido a potencial elétrico aplicado
corrente conduzida
devido ao fluxo de elétrons
corrente de deslocamento devido ao campo elétrico

Equações de Maxwell na forma fasorial:

$$\nabla \times \bar{E} = - \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (1)$$

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\delta \bar{E}}{dt} \quad (2)$$

correção de Maxwell.

$$\nabla \cdot \bar{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (4)$$

- A eq. (3) é a Lei de Gauss

- A eq. (4) é a ~~segunda~~ Lei de Gauss p/ magnetismo

- A eq. (1) é a Lei de Indução de Faraday

- A eq. (2) é a Lei de Ampère e a correção de Maxwell.

O segundo termo de (2) é a indução magnética adicionado por Maxwell como um "chute" educado baseado na simetria entre \bar{E} e \bar{B} , análise dimensional p/ obter $\mu_0 \epsilon_0$ corretamente, e sua justificativa final p/ a teoria resultante produz ondas e-m de velocidade $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

De novo:

$$\nabla \times \bar{E} = - \frac{d\bar{B}}{dt}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{d\bar{D}}{dt}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

supondo meio linear,
isotrópico e sem cargas

$$\bar{B} = \mu \bar{H}$$

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E}$$

a dependência no tempo é $e^{j\omega t}$, assim:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B} = -j\omega \mu \bar{H}$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \bar{D} = j\omega \epsilon \bar{E}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

As equações acima são as equações de Maxwell na forma fasorial.

Também conhecidas como eq. de Maxwell no domínio da frequência.